TRAVAUX DIRIGES 2023-2024

Organisés par la Mairie de Cotonou
Sous le haut patronage du Maire *Luc Sètondji ATROKPO*

BEPC : 2024

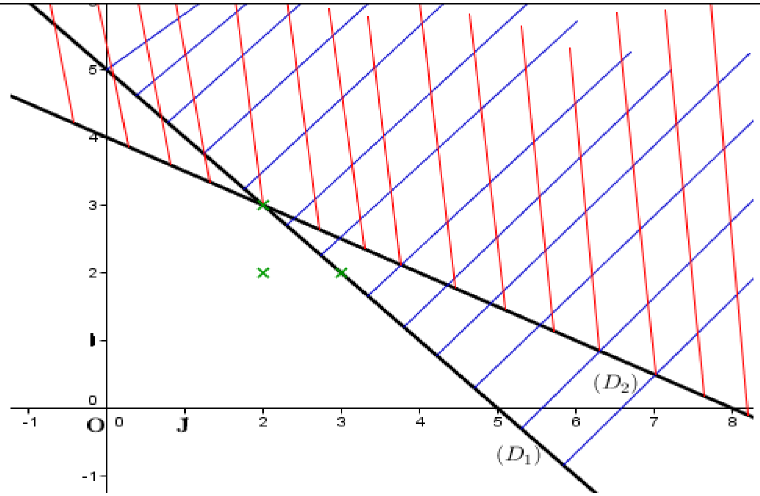
Classe : Troisième
Durée : 2h

TD du 25/05/2024

CLE DE CORRECTION : MATHEMATIQUES

<table>
<tr><th rowspan="2">ELEMENTS DE REPONSES</th><th>Capacité analyser (Ca)</th><th>Capacité mathématiser (Cm)</th><th>Capacité opérer (Co)</th><th rowspan="2">Points</th></tr>
<tr><th>Le candidat identifie :</th><th>Le candidat :</th><th>Le candidat trouve :</th></tr>
<tr><td>Problèmes 1</td><td></td><td></td><td></td><td>$\mathbf{18}pts$</td></tr>
<tr><td>1) Je représente graphiquement les solutions du système (S)
Pour $x = 0$ et $y = 0$, le système (S) devient $\begin{cases}0 \leq 5\\0 \leq 8\end{cases}$
Alors le couple $(0\,;0)$ est solution du système (S).
Traçons les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $x + y = 5$ et $x + 2y = 8$ dans le plan.
(D_1)
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>5</td><td>1</td></tr></table>
(D_2)
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>3</td></tr></table>
</td><td>• Le système</td><td>• Construit le repère I
• Trace les droites I I
• Recherche les parties solutions I</td><td>Hachure les partie non solutions délimitées par les droites :
• (D_2)
• (D_2)

• Conclut</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

L’ensemble des couples $(x\,;y)$ appartenant à la partie non hachurée du plan y compris des couples $(x\,;y)$ des droites (D_1) et (D_2) de cette partie est l’ensemble des solutions du système (S)</td>
<td>I

$0,5pt$</td>
<td>$4pts$</td>
<td>I I I

$3pts$</td>
<td>$07,5pts$</td>
</tr>
<tr>
<td><u>2-a) Je traduis les informations par un système d’inéquations</u>
Soit x le nombre de colliers et y le nombre de robes que Fati peut acheter
On a : $(S) : \begin{cases} 3\,000x + 6\,000y \leq 24\,000 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 1 \\ y \geq 1 \end{cases}$</td>
<td>• $x\,,y$
• les valeurs 3 000 ; 6 000 ; 24 000 et 5
I I
$1pt$</td>
<td></td>
<td>• Trouve le système

I I I I
$4pts$</td>
<td>$5pts$</td>
</tr>
<tr>
<td><u>b) Je donne les possibilités d’achat qui s'offrent à Fati si elle doit acheter au moins deux colliers et deux robes</u>
(S) équivaut à : $\begin{cases} x + 2y \leq 8 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 1 \\ y \geq 1 \end{cases}$
Comme Fati doit acheter au moins deux colliers et deux robes, alors on obtient le système $(S’)$ suivant : $\begin{cases} x + 2y \leq 8 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 2 \\ y \geq 2 \end{cases}$</td>
<td>• Le système (S)</td>
<td>Ecrit
• (S)
• $\begin{cases} x + 2y \leq 8 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 2 \\ y \geq 2 \end{cases}$</td>
<td>• Deux colliers et deux rôles
• Deux colliers et trois robes
• Trois colliers et deux robes</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Ainsi l'ensemble des solutions du système (S') revient à l'ensemble des solutions du système (S') avec pour conditions $x \geq 2$ et $y \geq 2$ Donc graphiquement les possibilités d'achat qui s'offre à Fati sont : - Deux colliers et deux robes - Deux colliers et trois robes - Trois colliers et deux robes	I 0,5pt	I I $2pts$	I I I $3pts$	$5,5pts$
Problème 2				$15,5pts$
3) Je calcule le coefficient de réduction commun k du cône ou de la pyramide ayant permis d'obtenir chacun de deux modèles de château $k = \frac{3}{4}$	• 3 et 4 I $0,5pt$	Pose • $k = \frac{3}{4}$ I $1pt$	• $k = \frac{3}{4}$ I $1pt$	$2,5pts$
4-a) Je justifie que la hauteur h du modèle 1 du château d'eau est $0,75\ m$ **Soit** R_1 et r_1 les rayons respectifs des bases du tronc de cône $II'^2 = h^2 + (R_1 - r_1)^2$ $h^2 = II'^2 - (R_1 - r_1)^2$ $h = \sqrt{II'^2 - (R_1 - r_1)^2}$ $h = \sqrt{(1{,}25)^2 - (4-3)^2}$ $h = \sqrt{0{,}5625 - 1}$ $h = 0{,}75\ m$	• $II' = 1{,}25m$ • $R_1 = 5m$ • $r_1 = 3m$ I I I $1,5pts$	• Utilise une méthode appropriée pour calculer la hauteur h I $1pt$	• $h = 0{,}75m$ I $1pt$	$3,5pts$
b) **Je calcule la quantité maximale d'eau que peut contenir le modèle 1** Soit V_1 cette quantité d'eau $V_1 = \frac{h\pi}{3}({r_1}^2 + {R_1}^2 + R_1 r_1)$ $V_1 = \frac{0{,}75 \times 3{,}14}{3}(3^2 + 4^2 + 3 \times 4)$ $V_1 = 29{,}04\ m^3$	• $0{,}75m$ • $3m$ • $4m$ I I I $1,5pts$	• $V_1 = \frac{h\pi}{3}({r_1}^2 + {R_1}^2 + R_1 r_1)$ I $1pt$	• $V_1 = 29{,}04\ m^3$ I $1pt$	$3,5pts$
5) Je détermine modèle ayant le plus grand volume • **Je détermine d'abord la quantité maximale V_2 que peut contenir le modèle 2**	• $0{,}75\ m$ • $3\ m$ • $4\ m$	Ecrit • $V_2 = \frac{h_2}{3}(\mathcal{A}_2 + \mathcal{A}'_2 + \sqrt{\mathcal{A}_2 \mathcal{A}'_2})$	• $V_2 = 9{,}25\ m^3$ • Le modèle à choisir est le modèle 1	

$V_2 = \frac{h_2}{3}(\mathcal{A}_2 + \mathcal{A}'_2 + \sqrt{\mathcal{A}_2\mathcal{A}'_2})$ Avec $\mathcal{A}_2$ et $\mathcal{A}'_2$ les aires de la surface respectives des deux bases $V_2 = \frac{0,75}{3}(3^2 + 4^2 + 3 \times 4)$ $V_2 = 9,25\ m^3$ • **<u>Je compare enfin les volumes V_1 et V_2</u>** $V_1 = 29,04\ m^3$ et $V_2 = 9,25\ m^3$ $9,25\ m^3 < 29,04\ m^3$ $Donc\ V_2 < V_1$ D'où le modèle de château d'eau **<u>ayant le plus grand volume</u>** est le modèle 1	• V_1 et V_2 **I I I I** $\boldsymbol{2pts}$	• $V_2 < V_1$ **I I** $\boldsymbol{2pts}$	**I I** $\boldsymbol{2pts}$	$\boldsymbol{6pts}$
<u>Problème 3</u>				$\boldsymbol{56,5pts}$
<u>6) Je justifie que les points A, B, C et D ont respectivement pour coordonnées</u> • $\overrightarrow{OA} = -2\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ}$; alors $A(-2\,;-1)$ • $\overrightarrow{BO} = 5\overrightarrow{OI} - 3\overrightarrow{OJ}$; $-\overrightarrow{OB} = 5\overrightarrow{OI} - 3\overrightarrow{OJ}$; $\overrightarrow{OB} = -5\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}$; alors $B(-5\,;3)$ • $\overrightarrow{AC} = 5\overrightarrow{OI} - 10\overrightarrow{JO}$; $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = 5\overrightarrow{OI} + 10\overrightarrow{OJ}$; $\overrightarrow{OC} = 5\overrightarrow{OI} + 10\overrightarrow{OJ} + \overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{OC} = 5\overrightarrow{OI} + 10\overrightarrow{OJ} - 2\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ}$; $\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OI} + 9\overrightarrow{OJ}$; alors $C(3\,;9)$ • $\overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$; alors $D(2\,;2)$	• $\overrightarrow{OA}$ • $\overrightarrow{BO}$ • $\overrightarrow{AC}$ • $\overrightarrow{OD}$ **I I I I** $\boldsymbol{2pts}$	Etablit • $\overrightarrow{OA} = -2\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ}$ • $\overrightarrow{OB} = -5\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}$ • $\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OI} + 9\overrightarrow{OJ}$ • $\overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OJ}$ **I I I I** $\boldsymbol{4pts}$	• $A(-2\,;-1)$ • $B(-5\,;3)$ • $C(3\,;9)$ • $D(2\,;2)$ **I I I I** $\boldsymbol{4pts}$	$\boldsymbol{10pts}$

<u>-a) J'écris l'application f définie sur $\mathbb{R}$, représentée dans le repère (O,I,J) par la droite (AC)</u> Puisque $x_C \neq x_A$ on a $(AC): y = ax + b$ $a = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$ $a = \frac{10}{5}$ $a = 2$ $A\binom{-2}{-1} \in (AC)$ équivaut successivement à : $y_A = 2x_A + b$ $b = y_A - 2x_A$ $b = -1 - 2(-2)$ $b = 3$ Ainsi $(AC): y = 2x + 3$ D'où l'application f définie sur $\mathbb{R}$ est telle que : $f(x) = 2x + 3$	• Les coordonnées des points A et C I $\boldsymbol{0,5pts}$	Ecrit • $(AC): y = ax + b$ • $a = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$ • $b = y_A - 2x_A$ I I I $\boldsymbol{3pts}$	• $a = 2$ • $b = 3$ • $(AC): y = 2x + 3$ • $f(x) = 2x + 3$ I I I I $\boldsymbol{4pts}$	$\boldsymbol{7,5pts}$
<u>b-) J'en déduis sa nature et son sens de variation</u> • $f(x) = 2x + 3$ alors f est une application affine Comme $2 > 0$ alors f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$	• $f(x)$ I $\boldsymbol{0,5pt}$	Ecrit • Pour $a > 0$, Quand x augment $f(x)$ aussi augment I $\boldsymbol{1pt}$	• f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ I $\boldsymbol{1pt}$	$\boldsymbol{2,5pts}$
<u>8-a) Je calcule les longueurs AB, AC et BC</u> • $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$; $AB = \sqrt{(-5+2)^2 + (3+1)^2}$; $AB = \sqrt{25}$; $AB = 5\ dam$; • $AC = \sqrt{(x_c - x_A)^2 + (y_c - y_A)^2}$ $AC = \sqrt{(3+2)^2 + (9+1)^2}$; $AC = \sqrt{125}$; $AC = 5\sqrt{5}\ dam$; • $BC = \sqrt{(x_c - x_B)^2 + (y_c - y_B)^2}$ $BC = \sqrt{(5+3)^2 + (9-3)^2}$; $BC = \sqrt{100}$; $BC = 10\ dam$;	Les coordonnées des points : • A • B • C I I I $\boldsymbol{1,5pts}$	Pose • $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ • $AC = \sqrt{(x_c - x_A)^2 + (y_c - y_A)^2}$ • $BC = \sqrt{(x_c - x_B)^2 + (y_c - y_B)^2}$ I I I $\boldsymbol{3pts}$	• $AB = 5\ dam$ • $AC = 5\sqrt{5}\ dam$ • $BC = 10\ dam$ I I I $\boldsymbol{3pts}$	$\boldsymbol{7,5\ pts}$
<u>b-) J'en déduis la nature du triangle ABC</u> $AB^2 = 25\ dam^2$	Les **<u>longueurs</u>** :	• Utilise la réciproque de la	• $AB^2 = 25\ dam^2$ • $AC^2 =$	

$AC^2 = 125\ dam^2$ $BC^2 = 100\ dam^2$ Donc on a : $125 = 100 + 25$; c'est-à-dire : $AC^2 = BC^2 + AB^2$ D'après la réciproque de la propriété de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B	• AB • AC • BC **I I I** $\boldsymbol{1,5pts}$	propriété de Pythagore **I** $\boldsymbol{1pt}$	$125\ dam^2$ • $BC^2 = 100\ dam^2$ • ABC est un triangle rectangle en B **I I I I** $\boldsymbol{4pts}$	$\boldsymbol{6,5pts}$
<u>c) Je détermine les coordonnées du point E</u> E étant le milieu de l'hypoténuse $[AC]$ du triangle ABC, alors $E\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ $E\left(\frac{-2+3}{2};\frac{-1+9}{2}\right)$ Donc $E\left(\frac{1}{2};4\right)$	• Les coordonnées des points A et C **I** $\boldsymbol{0,5pt}$	Ecrit • $E\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ **I** $\boldsymbol{1pt}$	• $E\left(\frac{1}{2};4\right)$ **I** $\boldsymbol{1pt}$	$\boldsymbol{2,5pts}$
<u>9-a) Je justifie que les droites (BC) et (AD) sont parallèles</u> $\overrightarrow{BC}\binom{x_C-x_B}{y_C-y_B}$ Donc $\overrightarrow{BC}\binom{8}{6}$ $\overrightarrow{AD}\binom{x_D-x_A}{y_D-y_A}$; donc $\overrightarrow{AD}\binom{4}{3}$ Je Calcule $x_{\overrightarrow{BC}} \times y_{\overrightarrow{AD}} - x_{\overrightarrow{AD}} \times y_{\overrightarrow{BC}}$ $x_{\overrightarrow{BC}} \times y_{\overrightarrow{AD}} - x_{\overrightarrow{AD}} \times y_{\overrightarrow{BC}} = 8 \times 3 - 4 \times 6$; $x_{\overrightarrow{BC}} \times y_{\overrightarrow{AD}} - x_{\overrightarrow{AD}} \times y_{\overrightarrow{BC}} = 0$; Donc les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires. Par conséquent les droites (BC) et (AD) sont parallèles	Les coordonnées des points : • A • B • C • D **I I I I** $\boldsymbol{2pts}$	Ecrit : • $\overrightarrow{BC}\binom{x_C-x_B}{y_C-y_B}$ • $\overrightarrow{AD}\binom{x_D-x_A}{y_D-y_A}$ • $x_{\overrightarrow{BC}} \times y_{\overrightarrow{AD}} - x_{\overrightarrow{AD}} \times y_{\overrightarrow{BC}} = 0$ **I I I** $\boldsymbol{3pts}$	• $\overrightarrow{BC}\binom{8}{6}$ • $\overrightarrow{AD}\binom{4}{3}$ • les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires. • Les droites (BC) et (AD) sont parallèles **I I I I** $\boldsymbol{4pts}$	$\boldsymbol{9pts}$
<u>b) Je détermine la nature du quadrilatère $ABCD$</u> -De la réponse aux questions 8-b) et 9-a) on a $\begin{cases}(AB) \perp (BC) \\ (AD) \parallel (BC)\end{cases}$ Donc on conclut que le quadrilatère $ABCD$ est un trapèze rectangle.	Les droites : • (AB) • (BC) • (AD) • Le quadrilatère AB CD **I I I I** $\boldsymbol{2pts}$	• Utilise une méthode appropriée pour justifier que $ABCD$ est un trapèze rectangle **I** $\boldsymbol{1pts}$	Trouve • $\begin{cases}(AB) \perp (BC) \\ (AD) \parallel (BC)\end{cases}$ • $ABCD$ est un trapèze rectangle **I I** $\boldsymbol{2\ pts}$	$\boldsymbol{5pts}$
<u>c-) Je calcule l'aire $\mathcal{A}$ de la surface du domaine d'installation de l'entreprise.</u> $\mathcal{A} = \frac{(AD+BC)\times AB}{2}$ $AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$	• Le domaine d'installation • Les coordonnées des points A et D	Pose • $AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$	Trouve • $AD = 5\ dam$ • $\mathcal{A} = 35{,}5\ dam^2$ **I I**	

$AD = \sqrt{25}$; $AD = 5\ dam$ Ainsi : $\mathcal{A} = \frac{(5+10)\times 5}{2}$; $\mathcal{A} = 35{,}5\ dam^2$;.	• AB • BC **I I I I** $\boldsymbol{2pts}$	• $\mathcal{A} = \frac{(AD+BC)\times AB}{2}$ **I I** $\boldsymbol{2pts}$	$\boldsymbol{2\ pts}$	$\boldsymbol{6pts}$
Total	$\boldsymbol{40\ Ca = 20pts}$ $\boldsymbol{1Ca = 0,50pt}$	$\boldsymbol{30\ Cm = 30pts}$ $\boldsymbol{1Cm = 1\ pt}$	$\boldsymbol{40Co = 40pts}$ $\boldsymbol{1Co = 1pt}$	**90pts**